

Zastiranje magnetnega polja ravnega tokovodnika z zaslonom pravokotnega preseka

Kvazistaticno polje. Koncept tokovnih niti.

Pisava, ki bo uporabljena na slikah:

```
Times14 = BaseStyle → {FontFamily → "Times", FontSize → 14};
```

■ Vhodni podatki

Permeabilnost praznega prostora:

$$\mu_0 = 4 \pi 10^{-7};$$

Frekvenca toka v tokovodniku:

$$\begin{aligned} f &= 50; \\ \omega &= 2 \pi f; \end{aligned}$$

Tok tokovodnika:

$$IT = 100;$$

Polmer preseka tokovodnika:

$$\rho_T = 0.004;$$

Visina tokovodnika nad zaslonom:

$$h = 0.1;$$

Dolzina tokovodnika in zaslona:

$$l = 100;$$

Sirina in debelina zaslona:

$$\begin{aligned} a &= 1; \\ \Delta &= 0.005; \end{aligned}$$

Snovni konstanti zaslona (npr. iz aluminija):

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_0; \\ \gamma &= 35 \cdot 10^6; \end{aligned}$$

Vdorna globina zaslona in $\sqrt{2}$ krat manjša vrednost (v mm):

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}};$$

$$N[\delta \cdot 10^3]$$

12.031

$$N[\delta / \sqrt{2} \cdot 10^3]$$

8.50719

■ Segmentiranje zaslona na tokovne niti

Ker je debelina zaslona Δ manjša od $\delta/\sqrt{2}$, sta lahko sirina in visina preseka niti enaki debelini zaslona, tako da je dovolj segmentirati (na niti) le v horizontalni smeri. Stevilo niti je potem:

$$\mathbf{n} = \mathbf{a} / \Delta$$

$$200.$$

Niti indeksirajmo od leve proti desni (tako, da je prva nit na levi strani zaslona, zadnja n -ta pa na desni).

Povrsine presekov niti:

$$\mathbf{s} = \Delta^2;$$

Ekvivalentni polmeri niti; niti imajo kvadratne preseke, modelirali pa jih bomo z okroglimi:

$$\rho = \sqrt{\mathbf{s} / \pi};$$

Koordinatni sistem izberimo tako, da je os z vzporedna s tokovodnikom in zaslonom ter da gre skozi središče zaslona. Os y naj je pravokotna na zaslon.

Matriki (oz. vektorja) koordinat osi niti:

$$\mathbf{xC} = \text{Table}[-\mathbf{a} / 2 + (\mathbf{i} - 1 / 2) \Delta, \{\mathbf{i}, \mathbf{n}\}];$$

$$\mathbf{yC} = \text{Table}[0, \{\mathbf{i}, \mathbf{n}\}];$$

Matrika medosnih razdalj niti:

$$\mathbf{dNN} = \text{Table}[\sqrt{(\mathbf{xC}[[\mathbf{j}]] - \mathbf{xC}[[\mathbf{i}]])^2 + (\mathbf{yC}[[\mathbf{j}]] - \mathbf{yC}[[\mathbf{i}]])^2}, \{\mathbf{i}, \mathbf{n}\}, \{\mathbf{j}, \mathbf{n}\}];$$

Matrika razdalj med osmi niti in osjo tokovodnika (središče preseka tokovodnika je točka $(0, h)$):

$$\mathbf{dNT} = \text{Table}[\sqrt{(\mathbf{0} - \mathbf{xC}[[\mathbf{i}]])^2 + (\mathbf{h} - \mathbf{yC}[[\mathbf{i}]])^2}, \{\mathbf{i}, \mathbf{n}\}];$$

■ Impedance modelnega elektricnega vezja

Matrika lastnih in medsebojnih impedanc niti:

$$\mathbf{ZNN} = \text{Table}[\text{If}[\mathbf{i} == \mathbf{j}, \frac{1}{\mathbf{s} \gamma} + \mathbf{i} \frac{\omega \mu 0 \mathbf{l}}{2 \pi} \left(\frac{1}{4} + \text{Log}\left[\frac{1}{\rho}\right] \right), \mathbf{i} \frac{\omega \mu 0 \mathbf{l}}{2 \pi} \text{Log}\left[\frac{1}{\mathbf{dNN}[[\mathbf{i}, \mathbf{j}]]}\right]], \{\mathbf{i}, \mathbf{n}\}, \{\mathbf{j}, \mathbf{n}\}];$$

Matrika medsebojnih impedanc med niti in tokovodnikom:

$$\mathbf{ZNT} = \text{Table}[\mathbf{i} \frac{\omega \mu 0 \mathbf{l}}{2 \pi} \text{Log}\left[\frac{1}{\mathbf{dNT}[[\mathbf{i}]]}\right], \{\mathbf{i}, \mathbf{n}\}];$$

■ Izracun tokov niti iz sistema napetostnih enacb (oz. reševanje tega sistema)

Zaslon naj je dvostransko ozemljen. Takrat je napetost vzdolz zaslona enaka nič.

Matrika tokov niti:

$$\delta \mathbf{I} = \text{LinearSolve}[\mathbf{ZNN}, -\mathbf{IT} * \mathbf{ZNT}];$$

Inducirani tok v zaslonu in njegova absolutna vrednost:

$$IZ = \sum_{i=1}^n \delta I[[i]]$$

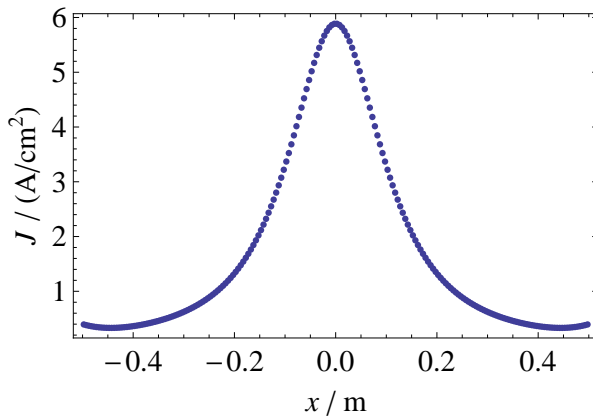
$$-85.7601 - 4.10456 i$$

`Abs[IZ]`

$$85.8582$$

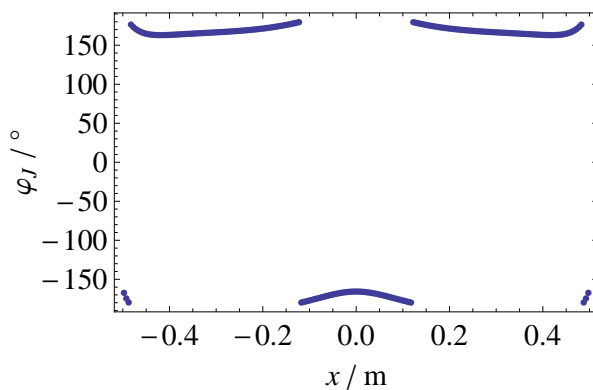
Porazdelitev absolutne vrednosti tokovne gostote po sirini zaslona:

```
ListPlot[Table[{xC[[i]],  $\frac{\text{Abs}[\delta I[[i]]}{s} * 10^{-4}$ }, {i, n}], PlotRange -> All,
Frame -> True, Axes -> None, Times14, FrameLabel -> {"x / m", "J / (A/cm2)", "", ""}]
```



Porazdelitev faze tokovne gostote po sirini zaslona (v stopinjah):

```
ListPlot[Table[{xC[[i]],  $\frac{180}{\pi} \text{Arg}[\delta I[[i]]]$ }, {i, n}], PlotRange -> All, Frame -> True,
Axes -> None, Times14, FrameLabel -> {"x / m", "φJ / °", "", ""}, RotateLabel -> True]
```



■ Izracun magnetnega polja in faktorja zastiranja

Distancni vektor med osjo tokovodnika in splosno točko (x, y) ter njegova absolutna vrednost:

$$\text{PT}[\mathbf{x}_-, \mathbf{y}_-] := \{\mathbf{x} - \mathbf{0}, \mathbf{y} - \mathbf{h}\}$$

$$\text{absPT}[\mathbf{x}_-, \mathbf{y}_-] := \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{0})^2 + (\mathbf{y} - \mathbf{h})^2}$$

Distančni vektor med osjo i -te niti in splosno točko (x, y) ter njegova absolutna vrednost:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}[i, \mathbf{x}, \mathbf{y}] &:= \{\mathbf{x} - \mathbf{xC}[[i]], \mathbf{y} - \mathbf{yC}[[i]]\} \\ \text{absP}[i, \mathbf{x}, \mathbf{y}] &:= \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{xC}[[i]])^2 + (\mathbf{y} - \mathbf{yC}[[i]])^2} \end{aligned}$$

Funkcija porazdelitve vektorja gostote magnetnega pretoka primarnega polja:

$$\mathbf{B0}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] := \frac{\mu_0 \mathbf{IT}}{2 \pi} \text{If}[\text{absPT}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] \leq \rho\mathbf{T}, \frac{1}{\rho\mathbf{T}^2}, \frac{1}{(\text{absPT}[\mathbf{x}, \mathbf{y}])^2}] \{-\text{Part}[\mathbf{PT}[\mathbf{x}, \mathbf{y}], 2], \text{Part}[\mathbf{PT}[\mathbf{x}, \mathbf{y}], 1]\}$$

Funkcija porazdelitve vektorja gostote magnetnega pretoka celotnega polja:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] &:= \frac{\mu_0}{2 \pi} \sum_{i=1}^n \delta\mathbf{I}[[i]] \text{If}[\text{absP}[i, \mathbf{x}, \mathbf{y}] \leq \rho, \frac{1}{\rho^2}, \frac{1}{(\text{absP}[i, \mathbf{x}, \mathbf{y}])^2}] \\ &\quad \{-\text{Part}[\mathbf{P}[i, \mathbf{x}, \mathbf{y}], 2], \text{Part}[\mathbf{P}[i, \mathbf{x}, \mathbf{y}], 1]\} + \mathbf{B0}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] \end{aligned}$$

Funkcija porazdelitve absolutne vrednosti vektorja gostote magnetnega pretoka primarnega polja:

$$\text{absB0}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] := \sqrt{(\text{Abs}[\text{Part}[\mathbf{B0}[\mathbf{x}, \mathbf{y}], 1]])^2 + (\text{Abs}[\text{Part}[\mathbf{B0}[\mathbf{x}, \mathbf{y}], 2]])^2}$$

Funkcija porazdelitve absolutne vrednosti vektorja gostote magnetnega pretoka celotnega polja:

$$\text{absB}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] := \sqrt{(\text{Abs}[\text{Part}[\mathbf{B}[\mathbf{x}, \mathbf{y}], 1]])^2 + (\text{Abs}[\text{Part}[\mathbf{B}[\mathbf{x}, \mathbf{y}], 2]])^2}$$

Funkcija porazdelitve faktorja zastiranja:

$$\mathbf{rB}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] := \frac{\text{absB0}[\mathbf{x}, \mathbf{y}]}{\text{absB}[\mathbf{x}, \mathbf{y}]}$$

Funkcija porazdelitve (z -komponente) vektorskega magnetnega potenciala primarnega polja (do aditivne konstante natančno):

$$\begin{aligned} \mathbf{A0z}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] &:= \\ &\frac{\mu_0 \mathbf{IT}}{2 \pi} \text{If}[\text{absPT}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] \leq \rho\mathbf{T}, \frac{1}{2} (1 - (\text{absPT}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] / \rho\mathbf{T})^2) - \text{Log}[\rho\mathbf{T}], -\text{Log}[\text{absPT}[\mathbf{x}, \mathbf{y}]]] \end{aligned}$$

Funkcija porazdelitve (z -komponente) vektorskega magnetnega potenciala celotnega polja (do aditivne konstante natančno):

$$\begin{aligned} \mathbf{Az}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] &:= \frac{\mu_0}{2 \pi} \sum_{i=1}^n \delta\mathbf{I}[[i]] \text{If}[\text{absP}[i, \mathbf{x}, \mathbf{y}] \leq \rho, \\ &\quad \frac{1}{2} (1 - (\text{absP}[i, \mathbf{x}, \mathbf{y}] / \rho)^2) - \text{Log}[\rho], -\text{Log}[\text{absP}[i, \mathbf{x}, \mathbf{y}]]] + \mathbf{A0z}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] \end{aligned}$$

■ Risanje magnetnega polja in faktorja zastiranja

Preseka zaslona in tokovodnika, ki ju bomo vrisali v sliko polja:

```
zslon = Graphics[{AbsoluteThickness[1],
  Line[{{-a/2, -Δ/2}, {a/2, -Δ/2}, {a/2, Δ/2}, {-a/2, Δ/2}, {-a/2, -Δ/2}}]};
tokovodnik = Graphics[{{AbsoluteThickness[5], Circle[{0, h}, ρT]}, Disk[{0, h}, 0.006]}};
```

Območje risanja definirajmo s parametri x_{\min} , x_{\max} , y_{\min} in y_{\max} :

```
xmin = -a;
xmax = a;
ymin = -a;
ymax = a;
```

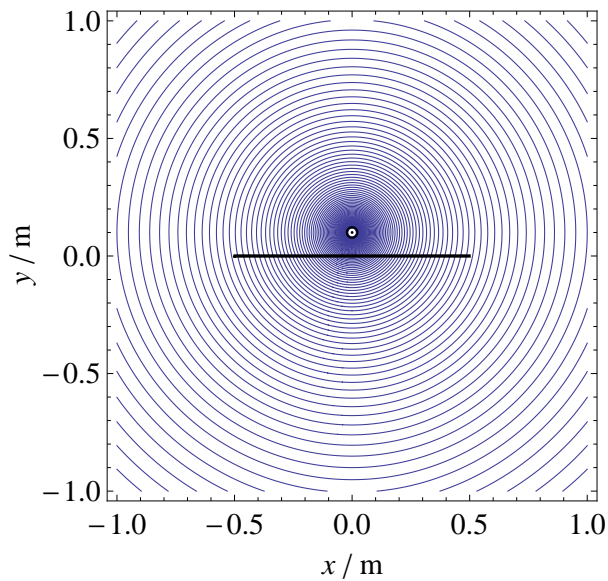
Trenutek, v katerem risemo ekvipotencialke vektorskega magnetnega potenciala:

```
t = 0;
```

Ekvipotencialke vektorskega magnetnega potenciala oz. pretocne cevke magnetnega pretoka primarnega polja v trenutku t :

```
ekvipot0 = ContourPlot[Re[A0z[x, y] e^{i\omega t}] == Table[N[A], {A, -10 * 10^{-6}, 80 * 10^{-6}, 1 * 10^{-6}}],
  {x, xmin, xmax}, {y, ymin, ymax}, PlotPoints -> 100,
  ContourShading -> False, AspectRatio -> \frac{ymax - ymin}{xmax - xmin}];
```

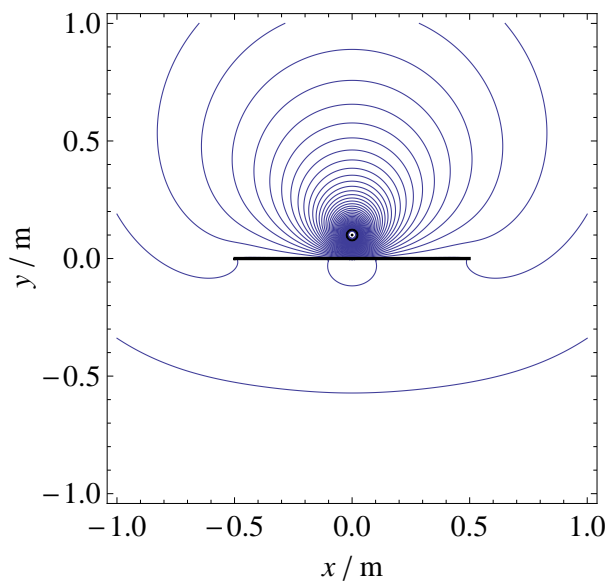
```
Show[{ekvipot0, zaslon, tokovodnik}, Frame -> True,
  Times14, FrameLabel -> {"x / m", "y / m", "", ""}]
```



Ekvipotencialke vektorskega magnetnega potenciala oz. pretocne cevke magnetnega pretoka celotnega polja v trenutku t :

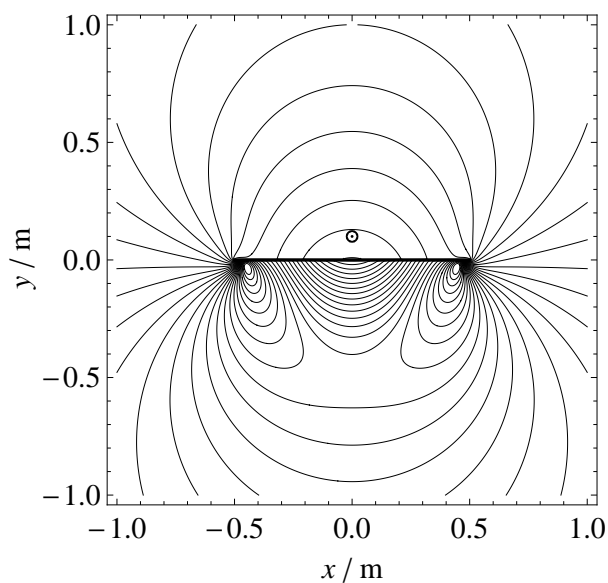
```
ekvipot = ContourPlot[Re[Az[x, y] e^{i\omega t}] == Table[N[A], {A, -10 * 10^{-6}, 80 * 10^{-6}, 1 * 10^{-6}}],
  {x, xmin, xmax}, {y, ymin, ymax}, PlotPoints -> 100,
  ContourShading -> False, AspectRatio -> \frac{ymax - ymin}{xmax - xmin}];
```

```
Show[{ekvipot, zaslon, tokovodnik}, Frame → True,
Times14, FrameLabel → {"x / m", "y / m", "", ""}]
```



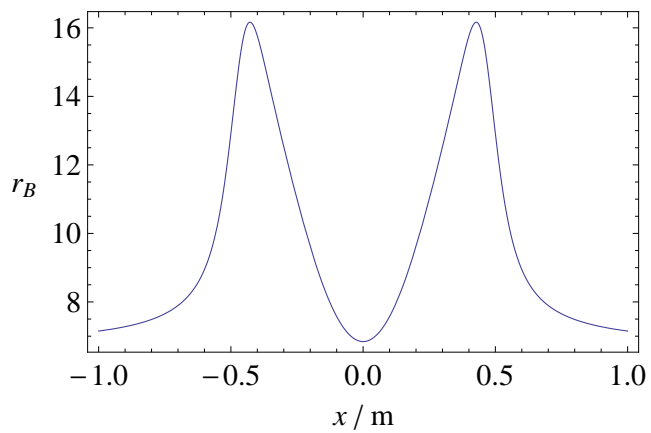
Nivojske konture faktorja zastiranja:

```
KontFaktZast = ContourPlot[rB[x, y], {x, xmin, xmax},
{y, ymin, ymax}, PlotPoints → 100, Contours → 30, ContourShading → False,
ContourStyle → AbsoluteThickness[0.2], AspectRatio →  $\frac{ymax - ymin}{xmax - xmin}$ ];
Show[{KontFaktZast, zaslon, tokovodnik},
Frame → True, Times14, FrameLabel → {"x / m", "y / m", "", ""}]
```



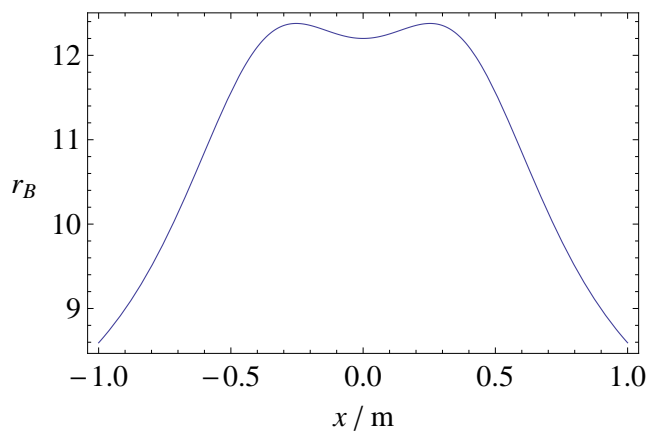
Porazdelitev faktorja zastiranja 10 cm pod zaslonom:

```
Plot[rB[x, -0.1], {x, xmin, xmax}, PlotRange -> All, Frame -> True,
  Axes -> None, BaseStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 14},
  FrameLabel -> {"x / m", "rB ", "", ""}, RotateLabel -> False]
```



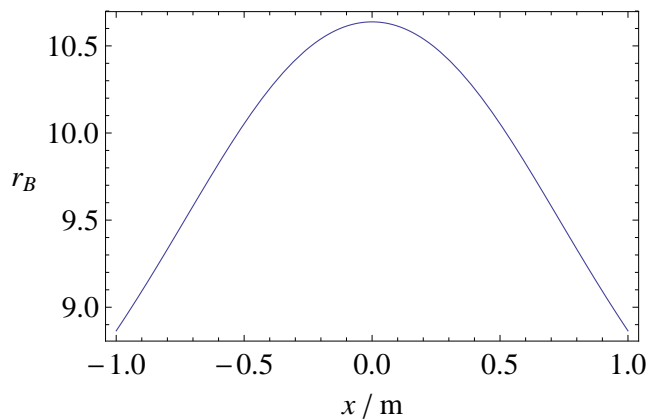
Porazdelitev faktorja zastiranja 50 cm pod zaslonom:

```
Plot[rB[x, -0.5], {x, xmin, xmax}, PlotRange -> All, Frame -> True,
  Axes -> None, BaseStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 14},
  FrameLabel -> {"x / m", "rB ", "", ""}, RotateLabel -> False]
```



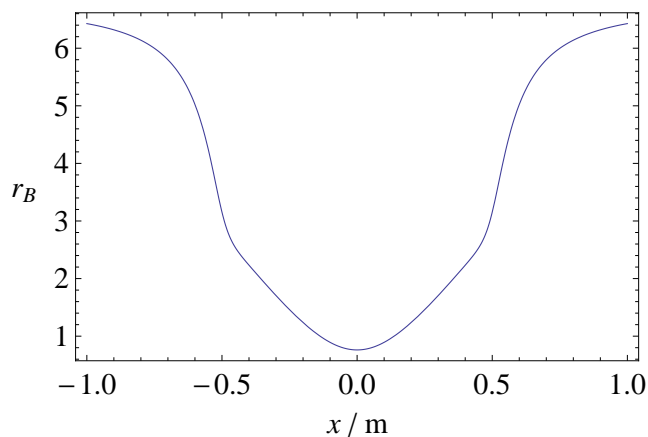
Porazdelitev faktorja zastiranja 100 cm pod zaslonom:

```
Plot[rB[x, -1], {x, xmin, xmax}, PlotRange → All, Frame → True,
  Axes → None, BaseStyle → {FontFamily → "Times", FontSize → 14},
  FrameLabel → {"x / m", "rB ", "", ""}, RotateLabel → False]
```



Porazdelitev faktorja zastiranja 5 cm nad zaslonom:

```
Plot[rB[x, 0.05], {x, xmin, xmax}, PlotRange → All, Frame → True,
  Axes → None, BaseStyle → {FontFamily → "Times", FontSize → 14},
  FrameLabel → {"x / m", "rB ", "", ""}, RotateLabel → False]
```



■ Shranjevanje resitve

Preverimo, v kateri direktorij bo shranjena resitev (z ukazom `SetDirectory` ga lahko spremenimo):

```
Directory []
```

Shranimo celoten izracun:

```
DumpSave ["ZastiranjePoljaRavnegaTokovodnika .mx", "Global`"];
```

Ko izracuni trajajo daljši čas, nam pride zelo prav, da resitev shranimo in jo lahko pozneje preberemo in uporabimo, ne da bi ponovno zaganjali izracune. Preberemo jo takole:

```
<< ZastiranjePoljaRavnegaTokovodnika.mx
```